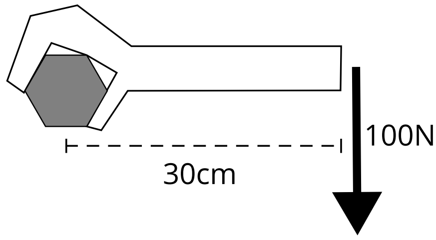
Facit till 3. Jämviktsproblem

3.1. $M = F \cdot l = 100\,\mathrm{N} \cdot 0.3\,\mathrm{m} = 30\,\mathrm{N\,m}$

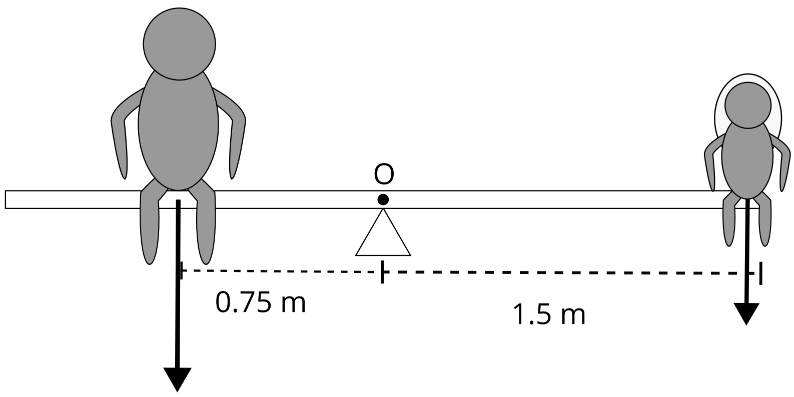


3.2. Vi kan kalla avståndet mellan Pelle och mittpunkt för x. Pelles massa är $m_P = 80\,\mathrm{kg}$ och hans lillasysters massa är $m_L = 40\,\mathrm{kg}$. Pelles tyngdkraft är $F_P = m_P \cdot g$ och hans lillasysters tyngdkraft är $F_L = m_L \cdot g$.

Vi söker x genom att sätta upp momentekvationen:

$$\begin{aligned}
\overset{\frown}{O}: \qquad F_L \cdot 1.5 - F_P \cdot x &= 0 \\
m_L \cdot g \cdot 1.5 - m_P \cdot g \cdot x &= 0 \\
-m_P \cdot g \cdot x &= -m_L \cdot g \cdot 1.5 \\
x &= \frac{m_L \cdot g \cdot 1.5}{m_P \cdot g} \\
x &= \frac{m_L \cdot 1.5}{m_P} \\
x &= \frac{40\,\mathrm{kg} \cdot 1.5}{80\,\mathrm{kg}} \\
x &= 0.75\,\mathrm{m}
\end{aligned}$$

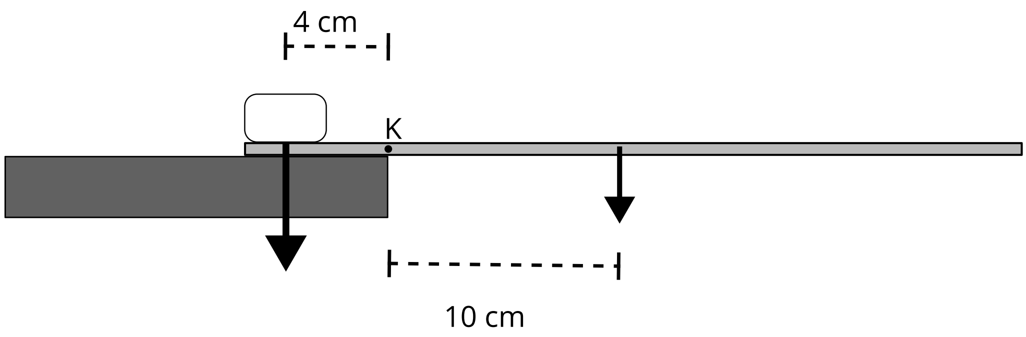
Svar: Pelle måste sitta $0.75\,\mathrm{m}$ från gungbrädans mittpunkt för att gungbrädan ska vara i balans.



3.3. Det okända i uppgiften är linjalens massa, m_L. Vi vet att suddigummits massa är $m_s = 30\,\mathrm{g}$. Vi kan även räkna ut linjalens tyngdkraft, $F_L = m_L \cdot g$, och suddigummits tyngdkraft, $F_s = m_s \cdot g$.

Vi kan nu ställa upp en momentekvation kring kanten på bänken K:

$$
\begin{aligned}
\overset{\frown}{K}: \qquad F_L \cdot 0.1 - F_s \cdot 0.04 &= 0 \\
m_L \cdot g \cdot 0.1 - m_s \cdot g \cdot 0.04 &= 0 \\
m_L \cdot g \cdot 0.1 &= m_s \cdot g \cdot 0.04 \\
m_L &= \frac{m_s \cdot g \cdot 0.04}{g \cdot 0.1} \\
m_L &= \frac{m_s \cdot 0.04}{0.1} \\
m_L &= \frac{30\,\mathrm{g} \cdot 0.04}{0.1} \\
m_L &= 12\,\mathrm{g}
\end{aligned}
$$



3.4. Vi vet inte om styret är i jämvikt, alltså kan vi inte skriva upp hela momentekvationen med noll i högerled. Vi kan däremot undersöka vad totala vridmomentet medurs och moturs är.

Vi kan börja med att räkna ut vridmomentet från den vänstra kassen (medurs), $M_1 = F_1 \cdot l_1 = 5\,\mathrm{kg} \cdot 9.82\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.2\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{N\,m}$. Vi kan sedan räkna ut vridmomentet från den högra kassen (moturs), $M_2 = F_2 \cdot l_2 = 3\,\mathrm{kg} \cdot 9.82\,\mathrm{m/s^2} \cdot 0.5\,\mathrm{m} = 15\,\mathrm{N\,m}$.

Eftersom $M_2 > M_1$ så kommer styret vilja rotera moturs. Pelle kommer alltså behöva tillföra ett vridmoment på $5\,\mathrm{N\,m}$ medurs för att styret ska vara i balans.

Svar: Pelle kommer behöva tillföra ett vridmoment på $5\,\mathrm{N\,m}$ medurs för att styret ska vara i balans.

3.5. Vi kan välja antingen vänster eller höger stödyta som mittpunkt för rotation. Här väljer vi vänstra stödytan, och kallar den för V.

$$
\begin{aligned}
\overset{\curvearrowright}{V} : m \cdot g \cdot 10\,\mathrm{m} - F_H \cdot 15\,\mathrm{m} &= 0 \\
m \cdot g \cdot 10\,\mathrm{m} &= F_H \cdot 15\,\mathrm{m} \\
F_H &= \frac{m \cdot g \cdot 10\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m}} \\
F_H &= \frac{50\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9.82\,\mathrm{m/s^2} \cdot 10\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m}} \\
F_H &= 327\,333\,\mathrm{N} = 327.333\,\mathrm{kN}
\end{aligned}
$$

Enligt jämvikt måste höger- och vänster stödyta sammanlagt ta upp hela tyngden av bron, så vi kan räkna ut vänster stödyta genom att subtrahera höger stödyta från tyngden av bron:

$$
\begin{aligned}
F_V + F_H &= m \cdot g \\
F_V &= m \cdot g - F_H \\
F_V &= 50\,000\,\mathrm{kg} \cdot 9.82\,\mathrm{m/s^2} - 327\,333\,\mathrm{N} \\
F_V &= 163\,670\,\mathrm{N} = 163.67\,\mathrm{kN}
\end{aligned}
$$

Svar: Vänster stödyta tar upp $163.67\,\mathrm{kN}$ och höger stödyta tar upp $327.333\,\mathrm{kN}$.

3.6. Vi kan lösa detta problem på två sätt. Vi kan antingen se till att totala vridmomentet kring upphängningspunkten O är noll, eller så kan vi se till att totala krafterna i y-led är noll. Vi väljer att lösa problemet med vridmoment.

m_b är balkens massa, m_p är Pelles massa, g är tyngdaccelerationen, F_l är linans kraft.

$$
\begin{aligned}
\overset{\curvearrowright}{O} : -m_b \cdot g \cdot 2.5\,\mathrm{m} - m_p \cdot g \cdot 3\,\mathrm{m} + F_l \cdot \sin 30 \cdot 5\,\mathrm{m} &= 0 \\
F_l \cdot \sin 30 \cdot 5\,\mathrm{m} &= m_b \cdot g \cdot 2.5\,\mathrm{m} + m_p \cdot g \cdot 3\,\mathrm{m} \\
F_l &= \frac{m_b \cdot g \cdot 2.5\,\mathrm{m} + m_p \cdot g \cdot 3\,\mathrm{m}}{\sin 30 \cdot 5\,\mathrm{m}} \\
F_l &= \frac{100\,\mathrm{kg} \cdot 9.82\,\mathrm{m/s^2} \cdot 2.5\,\mathrm{m} + 80\,\mathrm{kg} \cdot 9.82\,\mathrm{m/s^2} \cdot 3\,\mathrm{m}}{\sin 30 \cdot 5\,\mathrm{m}} \\
F_l &= \frac{4811.8}{2.5}\mathrm{N} \\
F_l &= 1924.7\,\mathrm{N}
\end{aligned}
$$

Svar: Linan tar upp $1924.7\,\mathrm{N}$.

Senast ändrad: 24 februari 2024, kl 14:38